MATEMATYKA STOSOWANA 7, 2006

Prócz pułkownika było pięciu oficerów. Był major Hunter, mały człowiek opętany liczbami, mały człowiek, który — będąc jednostką odpowiedzialną — wszystkich ludzi dzielił bądź na odpowiedzialnych, bądź nie przystosowanych do życia. Major Hunter był inżynierem, ale — wyjąwszy okoliczność wojny — nikomu nie przyszłoby do głowy powierzać mu funkcji kierowniczych. Major Hunter ustawiał ludzi w szeregu jak cyfry, dodawał, odejmował i mnożył. Był raczej specem od arytmetyki niż matematykiem. Nic z radości, z muzyki, wielkości matematyki wyższej nigdy nie uderzyło mu do głowy. Ludzie mogli różnić się wzrostem, wagą czy barwą, podobnie jak różni się 6 od 8, poza tym wszakże niewielkie dzieliły ich różnice. Żenił się parę razy i dotąd nie mógł zrozumieć, dlaczego wszystkie żony stawały się coraz bardziej rozdrażnione, nerwowe, nim wreszcie opuściły go na zawsze.

John Steinbeck, *Księżyc zaszedł*, tłum. Kazimiera Muszałówna

Michał Szurek (Warszawa)

Liczby w kulturze[1]

Liczby. W toku nauki szkolnej poznajemy po kolei liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne. Przyjrzyjmy się, jak je wprowadzamy. Liczby naturalne poznajemy jako liczności zbiorów. Odpowiadają one na pytanie „ile jest?”, ile masz palców u rąk, ile jest dni w tygodniu, miesięcy w roku i tak dalej. Dziecko przyswaja to sobie bardzo szybko. Jesteśmy skłonni przyznać rację Leopoldowi Kroneckerowi, że „Bóg stworzył liczby naturalne, wszystko inne jest dziełem człowieka”. Rozważania tego artykułu nie należą do matematyki, ale do ogólnie pojętej kultury naszej cywilizacji.

W języku starocerkiewnosłowiańskim *licziti* to ‘objawić, ogłosić’. Zatem *liczyć* to „pokazać licem”, czyli „ujawnić”. Dziś uważamy, że dopiero po liczbowym opisaniu zjawiska możemy je naprawdę zrozumieć. Pogląd ten jest kwestionowany w naukach humanistycznych. Fizyk powie, że rozumie prawo powszechnego ciążenia, bo umie je opisać wzorem: siła grawitacji jest proporcjonalna do iloczynu mas ciał i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu

(1) Artykuł ten jest kompilacją wielu moich tekstów, głównie z czasopism *Młody Technik* i *Delta*. W zmienionej formie ukazał się też jako rozdział w mojej książce *O nauczaniu matematyki*, GWO, 2006.

odległości między nimi. Filozofowie nowożytni zwracają uwagę, że nie jest to żadne rozumienie, czym jest grawitacja, tylko ... właśnie opis liczbowy. Kto z Czytelników umie się posługiwać telefonem? Każdy! Kto rozumie, jak działa telefon? Oj, nie widzę wielu rąk w górze...

Liczenie jest jedną z podstawowych form kategoryzacji świata. Jest ono zawsze związane z mówieniem, niekoniecznie artykułowanym, i z następstwem w czasie. Możliwość liczenia mamy w każdym języku, choć niekiedy jest to bardzo trudne. W językach słowiańskich liczba przepływa przez całe zdanie: jeśli podmiot jest w liczbie mnogiej, odpowiadające mu czasowniki, przymiotniki i imiesłowy muszą być też w liczbie mnogiej.

Bardzo skomplikowane jest liczenie w języku japońskim i w wielu językach pozaeuropejskich. Aby móc policzyć przedmioty, musimy znać określoną cechę, do której one należą. A zatem inaczej liczymy tam małe zwierzęta, inaczej duże, inaczej przedmioty drewniane, inaczej metalowe. Dobrze policzyć możemy coś tylko wtedy, kiedy wiemy, co liczymy. W tym artykule nie ma miejsca na dokładne omówienie tych zagadnień ([2]).

Liczebniki i sposoby liczenia bardziej interesują antropologów i językoznawców niż matematyków. Nazwy liczb są bowiem bardzo stabilne, bardzo odporne na zmiany i można się z nich wiele dowiedzieć na temat pochodzenia ludów i ich wzajemnych relacji. Stabilność nazw liczb jest — jak się powszechnie uważa — związana z ich wybitnie intelektualną funkcją. Owszem, „jeden” i „pierwszy” mają często zabarwienie emocjonalne, mogą znaczyć na przykład „najlepszy”, „wyłączny” lub „bezcenny”, ale „pięć” czy „sześć” nie wyrażają już żadnego specjalnego uczucia.

Zero, jeden, dwa

> I później dopiero
> spostrzegli, że to zero.
> Jan Brzechwa, *Zero*

Dydaktycy każą teraz w szkole zaliczać zero do liczb naturalnych, wywołując spore zamieszanie. Jest to typowe przeintelektualizowanie problemu. Zero „nie powinno” być uznane za liczbę naturalną. Jest ono, owszem, liczbą jak inne, ale skoro ludzkość przez dobre tysiąc lat wzdragała się przed uznaniem go za liczbę, to coś w tym jest! Jak pisze Kamila Gądek w artykule cytowanym w przypisie, liczba zero występuje zawsze poza systemem językowym. „W pokoju jest jeden człowiek” brzmi naturalnie. „W pokoju jest zero ludzi” jest sztuczne, jest trickiem, który musimy stosować w każdym języku, gdy chcemy wyrazić coś, co nie należy do systemu.

([2]) Polecam bardzo interesujący artykuł Kamili Gądek *O liczeniu w różnych językach* w czasopiśmie „Matematyka, Społeczeństwo, Nauczanie” 36 (2006).

Prawie wszystko numerujemy od 1, a nie od zera (tylko zabytki klasy zerowej są najbardziej godne uwagi!). Gdyby zaczynać od zera, to ostatni uczeń na liście w dwudziestoosobowej klasie miałby numer 19. Trudno też dziecku zrozumieć, że zero to liczba elementów zbioru pustego. Próbując się jednak przyzwyczaić do nowego, będę uczył swoje wnuki, by nie używały już tradycyjnego *raz-dwa-trzy-hop* tylko *zero-jeden-dwa-hop*. Matematycy zaś opowiadają sobie anegdotkę, jak Wacław Sierpiński nie mógł doliczyć się walizek na peronie. „Zginęła jedna nasza walizka", oświadczył żonie. „Pamiętam, że przyniosłem jakąś, a Ty powiedziałaś: no, dobrze, to już szósta, ostatnia!". Żona rozejrzała się i stwierdziła: „Widzę, że są wszystkie!". „Ale skąd", zaprotestował jeden z najwybitniejszych matematyków polskich, „liczyłem kilka razy, o proszę: zero, jeden, dwa, trzy, cztery, pięć — a gdzie szósta?".

Decyzja, czy zaliczyć zero do liczb naturalnych, czy nie, w zasadzie należy do kultury ([3]), a nie do matematyki. Jest jednak i powód matematyczny. Jeżeli liczba jest dla nas „raczej" liczbą kardynalną (w gramatyce: liczebnikiem głównym), to jesteśmy skłonni wpuścić zero do królestwa liczb naturalnych. Jeżeli uważamy, że w pojęciu liczby „ważniejszy" jest aspekt porządkowy, zero zostaje na zewnątrz. A który aspekt jest ważniejszy? A co było pierwsze: jajko czy kura?

Choć ma w zasadzie na Ryja Fasadzie
  Zero
  Jałowe,
  Knur jak dzień długi w myślach składa Fugi
  Cztero-
  głosowe.

Stanisław Barańczak, *Świnia*, w zbiorze *Z wierszy niepoważnych*, 1997

Ale teraz już poważnie. Bez trudu pojmujemy za to zero jako początek skali. Gdy ani nie ma mrozu, ani śnieg się nie topi, to termometr pokazuje zero i nie znaczy to wcale, że temperatury *w ogóle nie ma*, tylko, że jest ... równa zero. W skokach narciarskich można dostać ujemną notę. Debet na koncie to, powiedzmy, minus dwieście złotych, lata przed naszą erą możemy zaopatrywać znakiem minus.

Tak bardzo jesteśmy przyzwyczajeni do naszego systemu zapisywania cyfr, pozycyjnego i dziesiątkowego, że nie dostrzegamy wspaniałości tego pomysłu. Grecy i Rzymianie nie stali intelektualnie niżej od nas, a jednak zera nie wymyślili. Przyszło ono z Indii, gdzie było — z oporami — używane już w piątym wieku naszej ery. Sanskryckie *sunya* = *pusty* przeszło do arabskiego jako *as-sifr*, co dało początek co najmniej trzem słowom

([3]) Polecam ciekawą książkę na ten temat: Charles Seife, *Zero — niebezpieczna idea*, tłum. Janusz Skolimowski, Amber, 2002.

w językach europejskich: zero, szyfr, cyfra, a zwróćmy też uwagę, że góralskie *cyfrowane portki* to nie spodnie *pokryte liczbami*, tylko *bogato zdobione.* To pochodzenie pojęcia zera jako braku czy nieobecności czegoś odżywa we współczesnych arkuszach kalkulacyjnych (np. Excel). Przypomnijmy sobie, że jeżeli wypełniając doroczne zeznanie podatkowe (tzw. PIT), pozostawimy puste okienka, to urząd skarbowy zrozumie, że ma tam stać ZERO.

To nędza, to zero.
Zygmunt Krasiński, *Nie-boska komedia*

Pan jest zerem, panie pośle!
Leszek Miller do Zbigniewa Ziobry w czasie przesłuchania przed komisją śledczą w sprawie Lwa Rywina.

Ludzie są jak zera, nabierają znaczenia dzięki pozycji.
(przypisywane Napoleonowi)

W średniowieczu zera nie uważano za liczbę, liczby bowiem pojmowano jako wyrażenia, jako symbole opisujące — mówiąc dzisiejszym językiem — ile jest elementów w danym zbiorze. Jeśli zatem czegoś nie ma — na przykład sukna w składzie — to nie ma i liczby opisującej stan posiadania właściciela tego składu. Tak mniej więcej pojmowano to w średniowieczu, tak wiele osób rozumuje i dzisiaj. Dziecko na ogół nie potrafi samo z siebie odpowiedzieć, jaka jest np. zawartość soku malinowego w czystej wodzie. Owszem, gdy podamy odpowiedź: zero, to niechętnie przyzna nam rację i tylko może się zadziwić: po co tak komplikować?

Jedynka była dla starożytnych Greków za mała, by być liczbą. Twierdzili oni, że jedynka mówi o istnieniu, a nie o liczebności. Do liczb przynależy wielość. Dopiero Archytas z Tarentu (żyjący w latach 428–350 p.n.e.) uczynił z jedynki liczbę taką, jak inne. Odbija to się dzisiaj wątpliwościami, czy istnieje coś takiego, jak zbiór jednoelementowy. Pitagorejczycy nie uważali jedynki za liczbę, bo nie zwiększa iloczynu, a przecież „powinna”. Jedynka była „monadą”, niepodzielną jednostką, z której powstawały wszystkie inne. Jeszcze dalej poszedł Proklos, który uważał, że 2 też nie jest liczbą, bo powiększa się tak samo przy dodawaniu, jak i przy mnożeniu, no, a *prawdziwa* liczba tak się zachowywać nie może. Od łacińskiego *unus* mamy takie słowa jak unia, unifikacja, uniwersalny, uniwersytet (*Universum* = Wszechświat). Każdą liczbę naturalną można otrzymać z jedynek. Więcej, każda liczba rzeczywista, wymierna bądź niewymierna, będzie przekroczona, jeśli tylko dodamy do siebie odpowiednio dużo jedynek. Tę własność osi liczbowej nazywa się aksjomatem Archimedesa. Dlatego nie ma liczby największej: do każdej można przecież dodać jeden.

Szczęście? To co dzień dostać jeden uśmiech
I zwrócić jeden wiersz.
Władysław Broniewski, *Szczęście*

Jedność większa od dwóch!
Pieśń filaretów

Jednostka — zerem!
Jednostka — bzdurą!
Włodzimierz Majakowski

Masz jedno życie, jeden punkt.
Czesław Miłosz, *Traktat moralny*

Jedynka —
Służyła za pogrzebacz do kominka.
Jan Brzechwa, *Szóstka — oszustka*

Mamy naturalną skłonność do patrzenia na świat w kategoriach kojarzenia par, analizy przeciwieństw, dążenia do symetrii, znajdowania uzupełnień i szukania odwrotności. Co mają ze sobą wspólnego słowa: symetria, odwrotność, znak, przeciwieństwo, pojedynek, mecz, ślub, duet, bliźniak, para? Właśnie liczbę dwa.

Gdziekolwiek jest przód, jest i tył, gdzie jest lewo, jest i prawo, góra idzie w parze z dołem, prawda z fałszem. Czymże byłby Raj bez perspektywy Piekła? Gdyby nie było plusa, to i minus byłby niepotrzebny. Nie ma tego złego, co by na dobre nie wyszło, nie ma róży bez kolców. W mitologii greckiej występowała para nierozłącznych przyjaciół: Orestes i Pylades, w rzymskiej: Kastor i Polluks; wspomnijmy też Sherlocka Holmesa i dr Watsona, Flipa i Flapa, ... wreszcie Jerzego Wasowskiego i Jeremiego Przyborę.

Przeciwieństwa akcentują na przykład Dr Jekyll i Mr Hyde, a Batman ma swojego Jokera. Każdy, kto uczył się języka obcego, zaliczył odpowiednie ćwiczenie: określ *antonim* danego słowa: pełny-pusty, gruby-chudy, szeroki-wąski. To znany z logiki podział dychotomiczny, najprostsza klasyfikacja pojęć i rzeczy: na dwie klasy.

I dwa obaczysz księżyce.
Adam Mickiewicz, *Świteź*

Jako dwie róże barwą różne w jednym krzewie,
Jak dwaj równi rycerze w jednakowej zbroi
Chodzili pierś przy piersi z wrogiem staczać bitwy...
Jako dwie w łonie Boga tonące modlitwy
Jedną natchnięte myślą — jak dwa pszczelnych roi,
Które pasiecznik zlewa w jednych ulów ściany...
Juliusz Słowacki, *Kordian*

Mówi się — double talk.
Śni się double dreams.
Żyje się — double life.
Ale skacze się z okna tylko raz.
Kazimierz Wierzyński, *Moralitet o czystej grze*

Komputery lubią liczbę dwa. Parafrazując słowa Goethego ([4]), możemy powiedzieć, że cokolwiek im się powie, od razu przekładają to sobie na zera i jedynki i tego już nie można pojąć. Zero i jedynka to bowiem jedyne dwie cyfry układu dwójkowego. Liczba „dwa” w układzie dwójkowym to 10, siedem to 111, dwa tysiące to dwójkowe 11111010000, a mnożenie 529 przez 237 w układzie dwójkowym wygląda tak:

$$
\begin{array}{r}
1000010001\\
11101101\\
\hline
1000010001\\
1000010001\\
1000010001\\
1000010001\\
1000010001\\
1000010001\\
\hline
11110100110111101
\end{array}
$$

i jeżeli zależy nam na dziesiątkowym wyniku, to możemy wrócić do znajomej postaci liczb: 125373.

Ćwiczenie. Pytania dla dzieci i wnuków Czytelników. Która z powyższych własności przysługuje tylko liczbie 2, a która jest ogólna? Jak ogólna?

$$2 + 2 = 2 \cdot 2 = 2^2$$
$$2^{(2^2)} = (2^2)^2$$
$$2! = 2$$
$$\frac{2+2}{2} = 2$$

W Starożytności przedkładano liczby nieparzyste nad parzyste. Jak powiedział Wergiliusz, *Numero deus impare gaude.* Bóg raduje się liczbą nieparzystą. Dziś jest różnie. Na ogół parzystość jest odbierana jako coś pożądanego, nieparzystość jest dziwna i zła. Wyjątki są nieliczne: idąc z wizytą do znajomych, ofiarujemy pani domu trzy, pięć, siedem, dziewięć, może nawet siedemnaście kwiatów. Może być nawet efektowny jeden — ale nigdy dwa, cztery, sześć... Jakoś by to ... dziwnie wyglądało. A przecież po angielsku *odd* to dziwny, zaś *odd number* to liczba nieparzysta, po niemiecku liczby parzyste to *gerade Zahlen* (a więc „proste”), po rosyjsku mamy *четный-нечетный*, w polszczyźnie jeszcze w XVI wieku *cetno* i *licho* znaczyło właśnie *parzyste* i *nieparzyste.* W pierwszej polskiej książce matematycznej (1538) Tomasz Kłos używa zabawnie dziś brzmiącego sformułowania *przyszło w licho* w znaczeniu *otrzymaliśmy liczbę nieparzystą.*

([4]) „Matematycy są jak Francuzi. Cokolwiek im się powie, przekładają to na swój język i już nic nie da się zrozumieć.”

Od lat przeprowadzam ze studentami I roku eksperyment statystyczny. Na wykładzie niespodziewanie mówię: proszę wyjąć kartki. Niech każdy napisze na niej dowolną liczbę naturalną mniejszą niż 100. Gdy zdziwieni pytają, o co chodzi, najpierw odbieram kartki, a potem wyjaśniam: psychologowie dawno zauważyli, że na polecenie: podaj jakąś liczbę, częściej podajemy liczbę nieparzystą, i zaraz zobaczymy, jak to u Państwa będzie... Wynik zawsze potwierdza mi tę teorię. Dane te wykorzystuję potem do ćwiczeń ze statystyki. Eksperyment dnia 3 listopada 2005 roku na studentach geografii Uniwersytetu Warszawskiego dał wynik: 40 osób wybrało liczbę nieparzystą (28 dziewcząt i 12 chłopców), 13 parzystą (7 chłopców, 6 dziewcząt).

Ćwiczenie. Znajdź pojazd, który ma nieparzystą liczbę kół. Zapasowego koła w samochodzie nie liczymy.

Trzy. Symbolika dotycząca liczby trzy jest powszechnie znana. Małe liczby weszły w ogóle do języka potocznego, są obecne w wielu przysłowiach i powiedzeniach. Jeden raz się nie liczy, raz kozie śmierć, pewne jak dwa a dwa cztery, pleciemy trzy po trzy, do trzech razy sztuka, Budrysów (a także muszkieterów) było trzech, *Bog trojcu lubit, ternarius numerus perfectissimus.* Gdy powołujemy jakąś komisję, to powinna być ona złożona z choćby trzech osób. Ujmuje to łacińskie powiedzenie: *tres faciunt collegium.*

A samo słowo trzy jest w ogóle bardzo szacowne. W prajęzyku oznaczało *poza*, *ponad*, *szczyt góry* i może dlatego po francusku mamy *très* (bardzo) i *trois* (trzy) Niektórzy lingwiści zwracają uwagę na podobieństwo *tres* i *trans.* Wszystko ponad dwa jest już *za bardzo.* Hipoteza mimo wszystko dość ryzykowna, choć istotnie w pewnych sytuacjach trzy to już dużo. Budrysów było jak wiadomo, trzech, i mieli trzy drogi. Daje to nie tylko przykład funkcji wzajemnie jednoznacznej, ale sugeruje stosowną różnorodność. W języku angielskim istnieje powiedzenie: *two's company, three's a crowd.* No, ale już nie plećmy trzy po trzy.

Trzy są elementa,
Które składają rozum, trzy wielkie myślniki!
Przez nie wytłumaczona jasno Trójca Święta.
Juliusz Słowacki, *Kordian*

Mąż straszny — ma trzy oblicza —
On ma trzy czoła (...)
Podnóżem jego są trzy stolice.
Trzy końce świata drżą, gdy woła.
Adam Mickiewicz, *Dziady, część III*

To trzy cudne ? Boże czary
Oprawione w gór bezmiary.
Zygmunt Krasiński, *Tam, gdzie jezior...*

Szykujemy ekspandery, wdech i wydech, trzy i cztery,
dziarskość ciała, gracja, gestów plastyka —
pompująca krew do żył, dodająca rankiem sił — jeśli je w ogóle masz —
gimnastyka!
Włodzimierz Wysocki, *Gimnastyka poranna*, przekł. Michał B. Jagiełło

W wielu kulturach trójka jest uważana za liczbę boską. Jednym z podstawowych dogmatów chrześcijaństwa jest ten o Trójcy Świętej. Trzy główne cnoty to wiara, nadzieja i miłość, trzy ważne obowiązki to jałmużna, post i modlitwa, trzy rady ewangeliczne to ubóstwo, czystość obyczajów i posłuszeństwo. Trzej królowie złożyli Chrystusowi trzy dary.

Wiele działań w Biblii jest powtarzanych trzykrotnie. Jezus przepowiedział Piotrowi, że się go trzykrotnie zaprze. Dalila mówi do Samsona „Trzykrotnie mnie okłamałeś", a oślica pyta Baalama: „dlaczego mnie zbiłeś trzy razy?" Prorok Eliasz „wyciągnął się trzykrotnie nad dzieckiem" i ożyło. Jak wiemy, nie tylko w Biblii zaklęcia magiczne powtarzane są trzy razy. Ostatecznie złota rybka też (podobno) spełnia nasze trzy życzenia.

Podobna do chrześcijańskiej trójca występuje w hinduizmie. Trimuti to jeden Bóg w trzech osobach. Inne politeistyczne religie mają triady, które są grupami trzech bóstw: triada ojciec-matka-syn w Egipcie: Ozyrys, Izyda i Horus, babilońska triada męska (Ea, Marduk, Gibil), Zeus, Pluton i Posejdon w Grecji. Każdy z tych trzech bogów był przedstawiany z potrójnym atrybutem. Zeus miał potrójnie rozgałęzioną błyskawicę, Pluto trójgłowego psa Cerbera, a Posejdon trójząb. Trzej sędziowie świata podziemnego to Radamantys, Minos i Ajakos. Ponadto są trzy Mojry i trzy Charyty.

Temat „trójki" godny jest wielotomowej monografii. Wspomnijmy jeszcze tylko o bogu słowiańskim Triglawie (Trzygław), którego kult utrzymał się w Szczecinie do XII wieku. Najwyższy szczyt byłej Jugosławii to położony w Alpach Julijskich właśnie Triglaw.

Cztery. Nie będziemy dzielić włosa ani zapałki na czworo. Czwórka bardzo często pojawia się jako dwie dwójki. Choć mamy cztery strony świata, to wyraźnie pojmujemy je parami, przeciwstawiając (nawet w polityce) Północ Południowi i Wschód Zachodowi. Brydż jest grą dwóch par i choć biorą w niej udział cztery osoby, to klasyfikujemy ją jako grę dwuosobową!

I rozmawiają z sobą struny cztery,
Trącając się
Po dwie — po dwie —
Cyprian Kamil Norwid, *Fortepian Szopena*

Rozdwoiłem się na cztery części.
Leopold Staff, *Poeta subtilis*

Starożytni uczyli, że każdy całościowy osąd musi być poczwórny. Mówiono o czterech stopniach istnienia: zwykłe (jak kamień), istnienie wraz ze wzrostem (rośliny), istnienie wraz ze wzrostem i czuciem (zwierzęta) oraz istnienie wraz ze wzrostem, czuciem i rozumem (człowiek). Według stoików (najbardziej znanym z nich był Zenon z Elei) dusza przeżywa cztery rodzaje wzruszeń: pożądanie, radość, lęk i smutek. Carl Gustav Jung stawia nieco dyskusyjną tezę ([5]), że przed Platonem filozofia grecka skłaniała się do „myślenia kwaternarycznego” i że większość symboli — jeśli nie są to postacie ludzkie, lecz mają naturę geometryczną lub liczbową, ma „charakter czwórcy” ([6]). Pisze nawet o Czwórcy Świętej. Pismo Święte porównuje człowieka do naczynia z czterech powodów: utworzenia, zawartości, przydatności i pożytku.

W mitologii germańskiej z czterema żywiołami kojarzono salamandrę z ogniem, Ondynę (bóstwo wodne, boginki wodne), z powietrzem, Sylfę z powietrzem i Koboldy z ziemią. Każdy, kto poznał trochę kulturę śląską, słyszał o duchach kopalni — koboldach.

Echa mitologii germańskiej pobrzmiewają zarówno w muzyce Richarda Wagnera, jak i w *Fauście* Johanna Wolfganga Goethego. W części II poematu dialog między Syrenami a Nereidami (Trytonami) igra wokół wyobrażenia 3 lub 4 i odpowiednio 7 lub 8 Kabirów. Kabirowie (albo Kabeirowie) to potężni, wielcy nauczyciele ładu i mocy tajemnej. Chodzi zawsze o jednego ponad magiczną liczbę 3 albo 7; jest on tym tajemniczym, wszechwładnym, wszechwiedzącym, ale i nieznanym, niewypowiedzianym. Czytelniku, jeśli nawet nie znasz Fausta, to czy nie przemawia do Ciebie taki oto fragment:

> Trzech my z sobą zabrali
> Czwarty nie chciał iść dalej.
> Powiedział, że mówiąc ściśle
> Musi za wszystkich myśleć.

Potem Nereidy/Trytoni mówią o tajemniczym ósmym, który istnieje „gdzieś na Olimpie” i „o którym jeszcze nikt nie myślał”. Nie jest jasne, dlaczego zawsze dążą do parzystej liczby Kabirów. Może dlatego, że Kabirowie byli czczeni „w liczbie podwójnej”, może dlatego, że byli czczeni też jako bóstwa wegetatywne? Nie wiadomo. Cały *Faust* jest syntetyczny i symboliczny, jak Kabirowie i gry liczbowe wokół nich. Nawet najlepsi znawcy literatury niemieckiej ([7]) nie są w stanie wyjaśnić całych zawiłości tego poematu, który Goethe pisał przecież od młodości do późnej starości ([8]).

No, ale:

> Kto rozmyśla nad czterema rzeczami, lepiej byłoby dla niego, żeby się nigdy nie narodził: nad tym, co jest nad, co jest pod, co jest przed i co jest po.
> Talmud, Hagigah, 2.1

([5]) Carl Gustaw Jung, *Próba psychologicznej interpretacji dogmatu o Trójcy Św*, w: *Archetypy i symbole*, Warszawa 1993.

([6]) Więcej o czwórcy Junga zob. Daryl Sharp, *Leksykon pojęć i idei C. G. Junga*, przeł. Jerzy Prokopiuk, Wrocław 1999.

([7]) Rozmawiałem o tym z kilkoma specjalistami, między innymi z profesorem Sauerlandem z UMK, Niemcem z pochodzenia.

([8]) Krzysztof Lipiński, *Bóg, Szatan, Człowiek. O „Fauście” Goethego. Próba interpretacji*, Wyd. WSP, Rzeszów, 1993. Manfred Burker, *Przesłanie symboli w mitach, kulturach i religiach*, Znak, 1994.

Były oczywiście cztery żywioły, czterej jeźdźcy Apokalipsy, są (a raczej były) cztery kasty w Indiach. Mamy cztery żywioły, cztery pory roku i cztery strony świata.

> (...) kiedy nadciąga zagłada.
> Pędzą Czterej na zachód i wschód.
> Biada! Biada! Biada!
> Władysław Broniewski, *Krzyk ostateczny* (1939)

> Cztery widma kamienne w cztery kąty wrosły
> Jak oskarżenia słane w cztery świata strony.
> Leopold Staff, *Jeńcy Michała Anioła*

> Czwórka —
> była studnią na środku podwórka
> Jan Brzechwa, *Szóstka-oszustka*

Zadanie. Podaj przykład liczby naturalnej n takiej, że $n! + 1$ jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie ([9]). Wykaż, że jeżeli liczba naturalna jest podzielna przez swoją „odwrotność” (w tym miejscu znaczy to: liczba napisana tymi samymi cyframi w odwrotnym porządku), to ilorazem może być tylko 1, 4 albo 9.

Pięć. Nie tylko koń, co ma cztery nogi, się potknie: o człowieku niezręcznym i niemądrym powiemy (prawda, że trochę nieładnie), że to *takie cztery litery*, a w ogóle to brak mu piątej klepki. Taki rzadko bywa *kuty na cztery nogi* i na pewno nie zna niczego *jak swoje pięć palców*.

Nie plećmy *piąte przez dziesiąte*, a jeśli coś robimy, to starannie, nie zaś *ni w pięć ni w dziewięć*. Uważajmy, żebyśmy nie byli potrzebni *jak piąte koło u wozu*.

Mamy pięć palców u jednej ręki i prawdopodobnie dlatego pięć i pięść brzmią podobnie (po niemiecku *zehn* to 10, a *Zehe* to palec u nogi).

W matematyce liczba 5 występuje w wielu ciekawych twierdzeniach. Jest tylko pięć wielościanów foremnych (platońskich), czyli takich, które mają jednakowe foremne ściany, zbiegające się w każdym wierzchołku w tej samej liczbie. Wiązano je z żywiołami: czworościan z ogniem, sześcian z ziemią, ośmiościan z powietrzem, dwudziestościan z wodą. Ostatni odkryty wielościan foremny — dwunastościan wiązano z harmonią Wszechświata.

Każda elipsa i każda hiperbola jest wyznaczona przez pięć punktów. Nie istnieją wzory na pierwiastki dowolnego równania piątego stopnia i to odkrycie (1824, Niels Henrik Abel, wcześniejszy dowód Ruffiniego był niezrozumiany przez współczesnych) dało początek nowoczesnej, bardzo „zalgebraizowanej”... algebrze.

Pitagorejczycy nazywali 5 liczbą małżeńską, bo jest sumą pierwszej liczby żeńskiej 2 i pierwszej męskiej 3. Liczby miały bowiem swój rodzaj: parzyste żeński, nieparzyste męski, z wyjątkiem nijakiej jedynki.

([9]) Autor zdał sobie sprawę, że nie umie tego zadania rozwiązać. Pomożecie? Zresztą, samo znalezienie liczb o tej własności jest ciekawe. Na przykład iloraz 9081 i 1089 jest równy 9.

> Pitagoras bowiem nazywał liczbę pięć liczbą godową, liczbą spełnionych zaślubin i małżeństwa, dla tej przyczyny, iż jest złożona z *tryas*, która jest pierwszą liczbą nieparzystą i niepodzielną, i *dyas*, która jest pierwszą liczbą parzystą — jakoby mąż i niewiasta spleceni razem. Jakoż w istocie, w starożytnym Rzymie zapalano w dzień zaślubin pięć woskowych pochodni i nie wolno było zapalać więcej, choćby na ślubie najbogatszych. Co więcej, za dawnych czasów poganie wzywali pięciu bogów, albo raczej jednego boga w pięciu łaskach, dla tych, którzy się zaślubiali: Jowisza weselnego, Junonę, przodownicę świętą, Wenerę piękną, Pythonę, boginię namowy i pięknych słówek i Dianę na pomoc w pracy rodzenia.
> Franciszek Rabelais, *Gargantua i Pantagruel*, przeł. Tadeusz Boy-Żeleński

> Pięć darów umysłu: zdrowy rozum, wyobraźnia, fantazja, abstrakcja, pamięć.
> Stephen Hawes, 1515

> Pentatlon tworzy najpiękniejszych ludzi, a to był kwiat pentatlonu…
> Jan Parandowski, *Dysk olimpijski*

Sześć. Liczba sześć jest w mądrości ludowej dość duża: *gdzie kucharek sześć, tam nie ma co jeść.* W czasach starożytnych symbolizowała równowagę i harmonię, wyrażaną przez dwa trójkąty złączone podstawami. Jest liczbą doskonałą. Święty Augustyn pisze ([11])

> To ze względu na doskonałość liczby sześć całość stworzenia dokonana została, jak opowiada Pismo Święte, przez sześciokrotne powtórzenie tego samego dnia, czyli w przeciągu sześciu dni. Wszak liczba ta jest pierwszą liczbą, która stanowi sumę swoich części, to jest sumę szóstej części, trzeciej części i połowy, czyli sumę jedynki, dwójki i trójki, które po dodaniu tworzą właśnie sześć.

Liczby doskonałe to liczby, które są równe sumie swoich dzielników właściwych, to znaczy dzielników mniejszych od niej:

$$6 = 1+2+3,$$
$$28 = 1+2+4+7+14,$$
$$496 = 1+2+4+8+16+31+62+124+248,$$
$$8128 = 1+2+4+8+16+32+64+127+254+508+1016+2032+4064,$$
$$\ldots$$
$$14474011154664524427946373126085988481573677491474835889066354349131199152128$$
$$= 2^{126} \cdot 170141183460469231731687303715884105727$$
$$\ldots$$

Ta ostatnia liczba jest największą liczbą doskonałą znalezioną bez pomocy komputera.

Parzyste liczby doskonałe muszą mieć postać $2^n(2^{n+1}-1)$, przy czym $2^{n+1}-1$ musi być liczbą pierwszą (takie liczby pierwsze nazywają się *liczbami Mersenne'a*), w powyższych przykładach mamy $n = 1, 2, 4, 6$. Nie wiadomo,

([11]) *O państwie Bożym. Przeciw poganom ksiąg sześcioro.*

czy istnieje nieparzysta liczba doskonała. Próby jej znalezienia się nie powiodły i wykazano, że jeżeli istnieje, to musi mieć co najmniej 300 tysięcy cyfr. Ale dowodu ogólnego nie ma.

W prawie wszystkich kulturach przyjęto nosić pierścionek na serdecznym palcu i nawet to może mieć związek z doskonałością liczby 6. Otóż w starożytnym Egipcie wyobrażeniem liczby 6 była ręka z zagiętym tym właśnie palcem, a ponieważ szóstka jest doskonała, ten palec był najbardziej honorowy. Można wierzyć w to wytłumaczenie, można nie wierzyć, tak jak w całą pozostałą symbolikę liczb.

Nazwa ulubionej przez wielu z nas czynności: sjesta pochodzi od nazwy godziny szóstej. W średniowieczu była to szósta godzina od wschodu słońca, czas na... sjestę.

Siedem. Nie wszędzie siedem jest szczęśliwą liczbą. Pomyślności nie symbolizuje ona na przykład w Japonii, z której pochodził Kiichiro Toyoda, założyciel koncernu Toyota. Dlaczego literę *d* w jego nazwisku zastąpiono w nazwie firmy przez *t*? Właśnie z powodów symbolicznych. Słowo *Toyoda* w japońskiej pisowni jest wyrażane siedmioma znakami, a *Toyota* już ośmioma. W kraju Kwitnącej Wiśni właśnie liczba osiem jest uważana za szczęśliwą. I właśnie dlatego niektórzy z nas jeżdżą Toyotą, a nie Toyodą.

Ja wiem,
Wiem,
Że gór tych
Siedem jest.

Wiem też,
Wiem,
Przejść muszę
Siedem rzek!

I ciągle dal,
Za dalą dal,
Zawieje, śnieżyce i żar, i kurz.
I nie wiem nawet już,
Czy tam gdzieś
Będzie kres.

Edward Stachura, *Za dalą dal*

Znękany swoją sławą niesłychaną,
W tych całych ichnich Zjednoczonych Stanach,
w ideologii wstrętnej i nam złej,
żył Hollywoodu gwiazdor numer jeden,
tak zwany agent 007,
czyli James Bond, szpieg FBI i CIA.

Włodzimierz Wysocki, *Agent 007*,
przekł. Michał B. Jagiełło

Tak siedem stanów ziemicy całej
Siedmiu płomieniami jasno gorzały,
Siedm modlitew treści odmiennej
Wyraził lichtarz siedmioramienny.

Władysław Syrokomla, *Staropolskie roraty*

Mamy siedem darów Ducha Świętego (rozum, inteligencja, rada, męstwo, wiedza, prawość, bojaźń boża). Wielu czytelników widziało film Ingmara Bergmanna *Siódma pieczęć* (1956), każdy słyszał o siedmiu samurajach, siedmiu wspaniałych i *Siedmiu przeciw Tebom*. Jeśli wybieramy się *za siódmą górę, siódmą rzekę*, to najlepszym wyposażeniem będą *siedmiomilowe buty*. Może zobaczymy tam *siedem cudów świata* i jeżeli tylko nie popełnimy żadnego z *siedmiu grzechów głównych*, to po powrocie będziemy *jak w siódmym* *niebie*. Wybierzmy jednak dobrego przewodnika, a nie takiego *od siedmiu boleści*. Uważajmy też podczas naszej wycieczki, by nie wydać za dużo pieniędzy, bo potem czekać nas może *siedem lat chudych* i będziemy zgorzkniali, jakbyśmy napili się *octu siedmiu złodziei*.

Siódmy anioł
Jest zupełnie inny
(...)
Jest czarny i nerwowy
Był wielokrotnie karany
Za przemyt grzeszników
(...)
Nic nie ceni swojej godności
I utrzymują go w zastępie
Tylko ze względu na liczbę siedem.
Zbigniew Herbert, *Siódmy anioł*

Tam z-siedmia się brzmienie i tam się z-traja.
Cyprian Kamil Norwid, *Kolebka pieśni*

Bo jest szum na superwysokościach
Jakby z nieba nr 7.
Konstanty Ildefons Gałczyński, *Dziecko się rodzi*

Pierścień nocy nad nami się zamknął
I otwarło się siódme niebo.
Konstanty Ildefons Gałczyński, *Siódme niebo*

Nie spoczniemy,
Nim dojdziemy,
Nim zajdziemy
W siódmy las.
Czerwone Gitary, słowa Agnieszka Osiecka

Jeżeli przedmiotów jest więcej niż siedem, człowiek na ogół nie rozpoznaje od pierwszego rzutu oka, ile ich jest. Wszelkie skale ocen, w których jest więcej niż siedem stopni, są już w zasadzie niepotrzebne: trudno ustalić kryteria oddzielające dany stopień od sąsiednich.

Osiem

Dla mnie mają tam jeszcze
ósmy krąg.
Ósmy krąg,
w którym nie ma już nic...
Piosenka Jacka Kaczmarskiego

Czy to Pan Bóg uważa, że ludziska giną?
Poczciwym nie da talarka.
Dla jednych pomyślność odmierza ośminą,
Drugiemu liczy na ziarnka.
Władysław Syrokomla, *Kradzione*

W przytoczonym fragmencie wiersza Władysława Syrokomli jest mowa o odmierzaniu ośminą. Warto tu zauważyć pewną ciekawostkę. Oficjalne miary dla ciał sypkich w cesarstwie rosyjskim (a więc obowiązujące na części ziem polskich) w latach 1848–1915 oparte były na systemie dwójkowym. Największą miarą była *kadź* (w mierze metrycznej 839,63 litra). Jedną czwartą kadzi nazywano *ćwiercią* (czetwert'). Połowa ćwierci była *ośminą*, połową ćwierci był *pajok*, ćwierć ćwierci nazywano *czetwertykiem*, a najmniejszą jednostką miary dla ciał sypkich był *garniec* (ośmuszek), równy dwieście pięćdziesiątej szóstej części kadzi. Można to oczywiście wykorzystać w zadaniach *retro*. Ile garncy kaszy potrzeba na niedzielny obiad kompanii wojska?

Odnotujmy jeszcze znane wszystkim wyrażenie *ósmy cud świata* na określenie czegoś, co wystaje poza siódemkę tych cudów tak, jak szóstka szkolna przerasta piątkę. Może dlatego Jarosławowi, księciu halickiemu (panującemu w latach 1153–1187) współcześni nadali przydomek „ośmiomysł”, to jest myślący za ośmiu ([12]).

Wszyscy Czytelnicy znają liczby zespolone. Na płaszczyźnie można określić ciało liczbowe: punkty możemy dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić, przy czym zachowane zostają wszystkie podstawowe własności takich działań: przemienność, łączność, rozdzielność mnożenia względem dodawania. Nie wchodząc w teorię, powiem tylko, że w przestrzeni trójwymiarowej takiej struktury określić się nie da. Jeśli zrezygnujemy z przemienności mnożenia, da się to uczynić w przestrzeni o czterech wymiarach (kwaterniony Williama Rowana Hamiltona, fizyka i matematyka irlandzkiego, 1805–1865), a jeżeli nie będziemy wymagać łączności mnożenia, to znajdziemy taką strukturę w przestrzeni wymiaru 8 (tzw. liczby Cayleya ([13])) — i to wszystko. W miarę sensowne działania arytmetyczne możemy wykonywać tylko w przestrzeniach jedno-, dwu-, cztero- i ośmiowymiarowych. Nie lekceważmy ósemki!

Dziewięć. Dziewiątka jest tak samo magiczna jak inne liczby. Ponieważ jest kwadratem trójki, można ustawić dziewięć liczb w kwadrat magiczny, na przykład

$$\begin{matrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{matrix}$$

Suma liczb w każdym rzędzie poziomym i w każdej kolumnie jest równa *sumie magicznej* 15. Również sumy liczb po przekątnych są równe 15. Jak wiadomo, taki kwadrat chroni przed złymi mocami (nawet, jeżeli się w to nie wierzy!). Do tajemniczych mocy dziewiątki nawiązują stare legendy góralskie. Kwitnący jesienią oset górski (*Carlina acaulis*) to inaczej dziewięćsił bezłodygowy. Daje on moc i odporność, wzmacnia charakter, uczula nas na innych, zapobiega chorobom ([14]).

To, że trzykrotne zaklęcie powtórzone trzy razy ma wielką moc, wiedział już Szekspir:

([12]) Według *Słownika mitów i tradycji kultury* Władysława Kopalińskiego, PIW, 1985.

([13]) Nazwisko Arthura Cayleya (1821–1895) znane jest każdemu, kogo uczono algebry liniowej lub teorii grup. Twierdzenie Cayleya–Hamiltona orzeka, że każda macierz spełnia swoje równanie charakterystyczne, a twierdzeniem Cayleya nazywany jest w teorii grup fakt, że każda grupa jest izomorficzna z pewną grupą przekształceń.

([14]) Kto nie wierzy, niech przejdzie się szlakiem np. z Wisły do Krynicy — tam jesienią znajdzie się sporo dziewięćsiłów. Nie wolno ich zrywać, bo są pod ochroną, ale uzdrawia sam ich widok. Naprawdę — trzeba tylko starannie szukać ich po szlakach i obok nich.

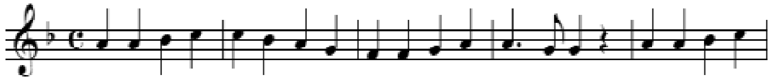
Dalej, siostry wiedźmy,
Czarodziejski krąg zawiedźmy...
Trzykroć tak i trzykroć wspak,
Trzykroć jeszcze do dziewięciu:
Pst! — i już po zaklęciu.
William Shakespeare, *Makbet*, przeł. J. Paszkowski

Dzwon za poległych nad Warną
Bił dziewięć razy.
Królowi się zmarło,
A dzwon bił dziewięć razy
O zmierzchu.
Władysław Broniewski, *Dzwon w Płocku*

W geometrii elementarnej liczba 9 występuje przy okazji zdumiewającego okręgu, przechodzącego przez dziewięć charakterystycznych punktów trójkąta: trzy spodki wysokości, trzy środki boków i trzy środki odcinków wysokości od ortocentrum do wierzchołka. Zauważyli to w 1820 roku Charles-Julien Brianchon (1783-1864) i Jean Victor Poncelet (1788–1867). Okrąg taki jest styczny do okręgu wpisanego w trójkąt i do trzech okręgów dopisanych i ma wiele interesujących własności. Wiele z nich odkrył w 1822 roku nauczyciel niemiecki z Erlangen, Karl Feuerbach (1800–1834).

Karl Feuerbach (1800–1834)
źródło: http://www.gap-system.org/ history/Posters2/Feuerbach.html

Mamy dziewięć Muz, ale to nie dlatego, a wskutek przypadku hymnem próbującej się zjednoczyć Europy jest akurat dziewiąta symfonia d-moll, opus 125, Ludwiga van Beethovena, wykonana po raz pierwszy w Wiedniu 7 maja 1824 roku, ze słynnym finałem do słów Friedricha Schillera, gdzie *natchniony chór* wyraża nadzieję, że *alle Menschen werden Brüder*, wszyscy ludzie będą braćmi.



Dziesięć. Najmniejsza liczba dwucyfrowa: 10, ma dobrą konotację. Kojarzy nam się miło z jubileuszami, rocznicami, obchodami — a więc bankietami, paradami wojskowymi i przypinaniem medali: co kto lubi. Bo to przecież taka „okrągła” liczba!

Wiemy, że kapitan Kloss poznał działania Abwehry jak swoje dziesięć palców i dzięki jego wskazówkom strzały z czołgu „Rudy” dziesiątkowały Niemców. Trafię chyba w dziesiątkę stwierdzeniem, że obecne spory polityczne w Polsce sprowadzają się do tego, że jedni obawiają się, że będą musieli płacić dziesięcinę do Watykanu i stosować się do wszystkich dziesięciu przykazań dekalogu. Inni pomstują na to, że nie potrzeba już ani deka rozumu — wystarczy być spokrewnionym z odpowiednią osobą, ot, dziesiąta woda po kisielu, żeby wszystko było już wolno. Nawet kopnąć zawodnika drużyny przeciwnej decymetr powyżej kostki, żeby musiał zejść z boiska, a drużyna będzie musiała grać w dziesiątkę.

Ale nie plećmy już piąte przez dziesiąte, choć niektóre opowieści byłyby na pewno zajmujące jak w *Dekameronie* Boccaccia, i wracajmy do matematyki, żeby Dziekan (łac. *Dekanus*) nie zarzucił nam, że się zajmujemy głupstwami.

Baczność, aferzyści!

W naszym zaocznym kursie matematyki finansowej wyjaśnimy wam dzisiaj, że ulubiona przez Was operacja: dopisywanie zera na końcu liczby wyrażającej stan Waszego konta, to nic innego, jak mnożenie przez 10. Wydawnictwo dysponuje podręcznikiem (z dyskietką) wyjaśniającym tajniki tej operacji.

Zadanie kontrolne:
Czy Pan zdoła w swym pojęciu
Odjąć zero od dziesięciu?

Jan Brzechwa, *Sum*

Dla fizyków liczba 10 jest liczbą niezależnych parametrów w tensorze Riemanna, opisującym krzywiznę czasoprzestrzeni. Bardzo ładnie opisuje to Michio Kaku ([15]) w książce, którą każdy powinien przeczytać.

Pierwiastek kwadratowy z 10 jest dobrym przybliżeniem π:

N[Sqrt[10],10]

3.16227766

N[Pi,10]

3.141592654

Zadanie. Opracować sposób przybliżonej kwadratury koła, wykorzystując przybliżenie $\sqrt{10} = \pi$.

([15]) Michio Kaku, *Hiperprzestrzeń. Wszechświaty równoległe, pętle czasowe i dziesiąty wymiar*, Prószyński i S-ka, 1997.

Liczba 10 jest jedną z dwóch liczb całkowitych, które mogą być długością przeciwprostokątnej trójkąta pitagorejskiego, którego pole jest równe długości obwodu:

$$6^2 + 8^2 = 10^2 \text{ i } \frac{6 \cdot 8}{2} = 6 + 8 + 10$$

Zadanie. Jaki jest ten drugi przykład?

Napiszmy dowolnie dziesięć kolejnych liczb naturalnych. Zawsze znajdzie się wśród nich taka, która jest względnie pierwsza z pozostałymi. Odkrył to nieznany bliżej szerszemu ogółowi matematyków B. G. Eke. Dowód nie jest prosty.

Naprzemienna suma zaczynająca się od silni liczby 10:

$$10! - 9! + 8! - 7! + 6! - 5! + 4! - 3! + 2! - 1! = 3301819$$

jest liczbą pierwszą. Liczb o podobnej własności jest niewiele, a największą znaną jest

$$19! - 18! + 17! - 16! + ? + 1! = 115578717622022981.$$

Skoro mowa o silniach, to odnotujmy, że

$$10! = 6!7!$$

jest jedynym znanym rozwiązaniem równania $x! = y!z!$, oczywiście w liczbach naturalnych — poza wynikającą z definicji zależnością

$$(n!)! = (n! - 1)!n!$$

Liczba 10 często nie jest łaskawa dla matematyków. W 1782 roku Leonhard Euler (1707–1783) postawił przypuszczenie, że nie ma ortogonalnych kwadratów łacińskich rzędu 10, i zadanie to rozwiązano dopiero (obalając przypuszczenie Eulera) w 1959 roku.

Liczby Fermata to liczby postaci

$$F_n = 2^{2^n} + 1,$$

a można je ustawić w estetyczną piramidkę:

$$\begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 17 \\ 257 \\ 65537 \\ 4294967297 \\ 18446744073709551617 \\ 340282366920938463463374607431768211457 \end{array}$$

Znamy dziś rozkłady tych liczb na czynniki pierwsze dla wszystkich n mniejszych od 10 i nawet dla $n = 11$. Rozłożenie na czynniki dziesiątej liczby

Fermata, równej:

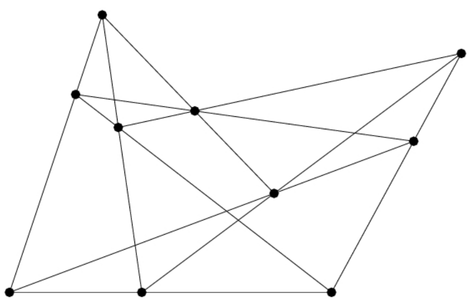
$$\begin{gathered}F_{10} = \\ 179769313486231590772930519078902473361797697894230657273430081157 \\ 732675805500963132708477322407536021120113879871393357658789768 \\ 8144166224928474306394741243777678934248654852763022196012460941 \\ 194530829520850057688381506823424628814739131105408272371633505 \\ 106845862982399472459384797163048353563296242241372 17\end{gathered}$$

uchodzi za najpoważniejszy problem ... w zagadnieniach rozkładalności liczb. Wiadomo „tylko”, że

$$\begin{aligned}F_{10} = {} & 45592577 \cdot 6487031809 \cdot \\ & 6078205681818343287459270474014067853989757008219115597 \\ & 6392867507690915280652574779707870797802196248785484907 \\ & 9350770968904705424125269800765765006449689562590686195 \\ & 3863661535857341775650923470161267651956313109820026319 \\ & 1294355155159395903288997139244201562417636163363136431 \\ & 0142874363629569\end{aligned}$$

ale jak rozłożyć napisaną liczbę 291-cyfrową, nie wiadomo.

Od tak dużych liczb może nam się zaplątać w głowie i może nie pojmiemy, że można posadzić 10 drzew w 10 rzędach po trzy w każdym. Ale konfiguracja Desargues'a pokazuje, że to się da zrobić.



W dawnych książkach z kategorii *science fiction* występował od czasu do czasu problem nawiązywania kontaktów z przedstawicielami innych galaktyk. Ironizował na ten temat Stanisław Lem, pisząc w powieści *Głos Pana*: geometrią euklidesową miały pozdrawiać się cywilizacje poprzez próżnię miedzygalaktyczną. Narysujemy na piasku *spodnie Pitagorasowe* i już zielony ufoludek kiwa ze zrozumieniem wszystkimi głowami i odpowiada twierdzeniem Pappusa. *Si, si* — cieszymy się teraz my i strzelamy z grubej rury: „A wiesz, brachu, co u nas jest podstawą numeracji? Popatrz tylko ... ile jest punktów w konfiguracji Desargues'a, to tak my liczymy, szkoda, że nie mogę ci pokazać na palcach, bo mam skafander…" Ufoludek cieszy się, pokazuje okrąg dziewięciu punktów, my na to odpowiadamy konstrukcją siedemnastokąta foremnego, on nam pokazuje, że też wie, że wielościanów foremnych jest tylko pięć … i przyjaźń międzygwiezdna już zadzierzgnięta. Jakie to ładne i wzruszające … i naprawdę szkoda, że się nie zrealizuje. Bo znaczenie liczbom nadajemy, my, mieszkańcy Ziemi. Są obecne w naszej, naszej własnej kulturze. W naszej, ziemskiej matematyce. Wyjaśniają nam, jak pojmować świat. Odwołują się do naszego, ludzkiego umysłu.

Na zakończenie jeszcze trochę zabawy. Z okazji dwudziestego piątego Seminarium Edukacji Matematycznej (organizowane są one przez Fundację Rozwoju Matematyki Polskiej i są jednym z niewielu sensownych przedsięwzięć, mających na celu rzeczywiste kształcenie nauczycieli), postanowiłem napisać „esej" o liczbie 25. Co jest niezwykłego w liczbie 25? Oczywiście to, że jest kwadratem innej liczby naturalnej. Co jeszcze?

Zacząłem od ogólnego twierdzenia:

Twierdzenie. *Każda liczba naturalna n jest niezwykła.*

Przyjmijmy, że jest przeciwnie, a więc, że jakaś liczba nie jest niezwykła. Inaczej mówiąc, że zbiór liczb, które nie są niezwykłe, jest niepusty. Zasada dobrego uporządkowania orzeka, że w każdym niepustym zbiorze liczb naturalnych istnieje liczba najmniejsza. Oznaczmy najmniejszą liczbę zbioru X przez n_0. Liczbą tą nie jest 1, bowiem liczba 1 jest niezwykła, jako pierwsza, początkowa, najmniejsza liczba naturalna. Rozpatrzmy teraz liczbę naturalną $n = n_0 - 1$. Ma ona niezwykłą własność: wszystkie liczby od 1 do n są niezwykłe, a $n+1$ już nie. Ta niezwykła własność liczby $n = n_0 - 1$ pokazuje, że należy ona do zbioru X, którego najmniejszym elementem miała być liczba n_0. Sprzeczność.

A oto inne, unikatowe, własności liczby 25.

Rozłóżmy liczbę 25 na sumę jej mniejszej i większej połowy… Słucham? Nie ma mniejszej i większej połowy? E tam, 13 to większa połowa, a 12 to mniejsza połowa liczby 25.

Podobnie zróbmy z pierwiastkiem liczby 25:

$$5 = 3 + 2 \text{ (\underline{trzy} plus \underline{dwa})}$$

Obliczmy teraz sumę kwadratów <u>trzech</u> kolejnych liczb mniejszych od *mniejszej połowy* liczby 25 i porównajmy ją z sumą <u>dwóch</u> liczb większych od *większej połowy*:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2.$$

Zróbmy podobną operację dla 49:

$$49 = 25 + 24 \quad \text{zaś} \quad 7 = 4 + 3 \text{ (\underline{cztery} plus \underline{trzy})}.$$

Suma kwadratów <u>czterech</u> kolejnych liczb naturalnych od 24 w dół jest równa sumie kwadratów <u>trzech</u> kolejnych liczb naturalnych od 25 w górę:

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$$

Podobna własność przysługuje wszystkim liczbom, które są kwadratami liczb nieparzystych:

$$289 = 145 + 144, \quad \sqrt{289} = 17, \quad 17 = 9 + 8,$$

$$136^2 + 137^2 + 138^2 + 139^2 + 140^2 + 141^2 + 142^2 + 143^2 + 144^2$$
$$= 145^2 + 146^2 + 147^2 + 148^2 + 149^2 + 150^2 + 151^2 + 152^2.$$

Warto zastanowić się nad dowodem, że rzeczywiście jest tak naprawdę dla każdej liczby postaci $(2k+1)^2$. Można też porównać z innym wzorkiem liczbowym:

$$1 + 2 = 3$$
$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$
$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

i tak dalej.

25 jako suma potęg dwójki. Oto ciekawe przedstawienie 25 jako „sumy potęg dwójki”:

$$\begin{array}{l}
24{,}8 \\
\quad 16 \\
\quad\; 32 \\
\quad\;\; 64 \\
\quad\;\;\; 128 \\
\quad\;\;\;\; 256 \\
\quad\;\;\;\;\; 512 \\
\quad\;\;\;\;\;\; 1024 \\
\quad\;\;\;\;\;\;\; 2048 \\
\quad\;\;\;\;\;\;\;\; 4096 \\
\quad\;\;\;\;\;\;\;\;\; 8192 \\
\quad\;\;\;\;\;\;\;\;\;\; 16384 \\
\quad\;\;\;\;\;\;\;\;\;\; \ldots\ldots \\
\; + \\
\hline
24{,}99999999999\ldots = 25
\end{array}$$

Fermat i liczba 25. Pierre de Fermat był prawnikiem z zawodu, a matematykiem z zamiłowania. Miał zwyczaj umieszczania na marginesach czytanych książek swoich uwag. Jak wiemy, jeden z takich komentarzy („Wielkie twierdzenie Fermata”) dał pracę tysiącom matematykom na ponad 300 lat. Jednym z mniej znanych było stwierdzenie, że $25 = 3^3 - 2$ jest jedynym rozwiązaniem równania $m^2 = n^3 - 2$.

Jak zyskać opinię nauczyciela-sadysty? Iloczyn liczb kończących się na 5 kończy się na 5. Iloczyn liczb kończących się na 25 kończy się na 25. Jak wiadomo, pewien nauczyciel w pewnej szkole w Brunszwiku w latach osiemdziesiątych XVIII wieku chciał mieć trochę spokoju w klasie i zadał uczniom zadanie: obliczyć sumę liczb od 1 do 100. Miał pecha, że jeden z jego uczniów był geniuszem matematycznym i od razu znalazł rozwiązanie. Był to Karol Fryderyk Gauss, przyszły *princeps mathematicorum*. Nauczyciel miałby więcej spokoju, gdyby zadał takie oto zadanie: Wykazać, że kwadrat liczby kończącej się na

$$6066325723476645517427772308360900441066199773922562599182128890625$$

też kończy się na

$$6066325723476645517427772308360900441066199773922562599182128890625$$

a kto nie wierzy… niech sprawdzi. A jak znaleźć dłuższe końcówki o tej samej własności? A czy są inne takie końcówki? (wskazówka: rozpocząć od … 76).

Zabawa z cyframi 2 i 5. Mamy:

$$0 = 25 - 25, \quad 1 = 1 = \frac{25}{25}, \quad 2 = \sqrt{25} + 2 - 5, \quad 3 = 2^{5-2} - 5,$$

$$4 = \frac{2}{5} \cdot 2 \cdot 5 = s \cdot \sqrt[5]{2^5}, \quad 5 = 2{,}5 + 2{,}5 = \sqrt{25}, \quad 6 = \frac{2^5 - 2}{5},$$

$$7 = 2 + 5 = 2^5 - 25, \quad 8 = 2^{5-2} + 5, \quad 9 = 2 \cdot (5 + 2) - 5, \quad 10 = 2 \cdot 5,$$

$$11 = \sqrt{25} \cdot (-2+5)!, \quad 12 = \left(\frac{2}{5} + 2\right) \cdot 5, \quad 13 = \sqrt{2^5 \cdot 2} + 5, \quad 14 = 2+5+2+5,$$

$$15 = 25 - 2 \cdot 5, \quad 16 = ?, \quad 17 = (2+5)^2 - 2^5 = 2 \cdot 5 + 2 + 5 = 2 + \binom{5}{2} + 5,$$

$$18 = -2 + 5^2 - 5, \quad 19 = (2+5)^2 - 5 - 25, \quad 20 = 25 - \sqrt{25}.$$

Wyrazić w podobny sposób liczby 16, 21, 22, 23, …

Komputer podpowiada ciekawe rozkłady:

$$\begin{aligned}
25 &= 1 \cdot 25 \\
252525 &= 91 \cdot 2775 \\
2525252525 &= 9091 \cdot 277775 \\
25252525252525 &= 909091 \cdot 27777775 \\
252525252525252525 &= 90909091 \cdot 2777777775 \\
2525252525252525252525 &= 9090909091 \cdot 277777777775
\end{aligned}$$

Jaka jest reguła budowy tej piramidki?

Zadanie. Oznaczmy przez C_1 liczbę 25, przez C_2 liczbę 252255 (*dwójka, piątka, dwie dwójki, dwie piątki*), przez C_3 liczbę 252255222555 (*dwójka, piątka, dwie dwójki, dwie piątki, trzy dwójki, trzy piątki*) i ogólnie przez C_n liczbę postaci 252255222555...222...222555...555, gdzie w ostatniej grupie cyfr jest n dwójek i n piątek. Ile cyfr ma liczba C_n?

Zadanie. Dla jakich n liczba C_n jest podzielna przez 3, 7, 9, 11?

Liczba 25 jest liczbą szczęśliwą. Liczbami szczęśliwymi nazywają się liczby otrzymywane z liczb naturalnych metodą sita, podobnego do sita Eratostenesa. Otóż z ciągu liczb naturalnych wykreślmy najpierw wszystkie parzyste: **1**, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55...Zostawimy jedynkę. Następną liczbą jest 3. Usuwamy co trzecią liczbę z ciągu (oprócz jedynki), pozostają zatem liczby **1**, **3**, 7, 9, 13, 15, 19, 21, 25, 27, 31, 33, 37, 39, 43, 45, 49, 51, 55, 57, 61, 63, 67, 69, 73, 75, 79, 81, 85, 87, 91, 93, 97, 99, 103, 105, 109, 111, 115, 117, 121, 123, 127, 129, 133, 135, 139, 141,145, ... Następną liczbą po 3 jest 7. Usuwamy co siódmą liczbę (oprócz jedynki), otrzymując **1**, **3**, **7**, 9, 13, 15, 21, 25, 27, 31, 33, 37, 43, 45, 49, 51, 55, 61, 63, 67, 69, 73, 75, 81, 85, 87, 91, 93, 97, 103, 105, 109, 111, 115, 117, 123, 127, 129, 133, 135, 139, 145, ... Następnie usuwamy co dziewiątą itd. Te liczby, które przeżyją owo okrutne traktowanie, nazywamy szczęśliwymi. Własności zbioru liczb szczęśliwych są podobne do własności zbioru liczb pierwszych. Liczba **25** jest szczęśliwa.

Kto nie wierzy, niech sprawdzi. Wiadomo, że każdy ciąg cyfr wystąpi (z prawdopodobieństwem 1) jako ciąg początkowych cyfr pewnej potęgi liczby 2. Można sprawdzić, że 2^{101} zaczyna się na 25, a 2^{4177} nawet na 2525:

$2^{4177} =$

252517736891760229555900473398672206878285513469346952368527642 3
600241809406683178857369845839867045833197734337675634851548923 0
420769307385617181594940838051095555174751961573869444823051218 4
703432250823411288623990539571984497578313168817801152838470387 7
706106161529519104128764974392407213981152932751056593020349895 9
857541709474419035622406133770337345375366184385634184014381521 1
241711531600533770994363383569628317262665333428471447311713658 0
823176694221398214969371925446243372468904895034545089131145370 9
379064249701201519979286318896991199936033247677408831310961875 1
171149708311832046802926037713325332039427086519497469990468194 7
843965473881732715877454219736037741411123934772945395740632432 1
783437119207021387255244047157484040387454367961991787927418490 4
086136393836372814999680796527321296485870119718700913518223087 1
560239590550060112634035848764344528024300472703934962177723416 3
659115483759019331697104635819305278535254016077356431548901730 3

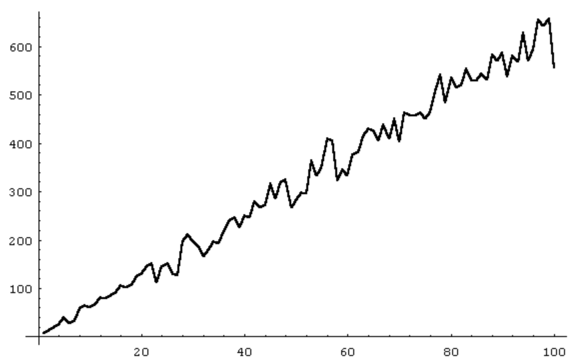
7378832359855175025891371297004758686228617303439171332661726334
1571754954723160083269843374116805623724919517813203185213835932
1613694273403110800863796394846606904626403278025583494291434452
4476722012689254501169971888630749676458916975656810352225376221
379744633849876634331778354784551957430272

W rozwinięciu π ciąg cyfr 2, 5 pojawia się na 90 i 91 miejscu, natomiast ciąg 2,5,2,5 na miejscach od 7863 do 7866.

Liczby C_n, o których była mowa wyżej, też mają ciekawe rozkłady na czynniki pierwsze:

$$
\begin{aligned}
C_2 &= 252255 = 3 \cdot 5 \cdot 67 \cdot 251 \\
C_3 &= 252255222555 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8731 \cdot 275161 \\
C_4 &= 25225522255522225555 = 5 \cdot 53 \cdot 331 \cdot 4139 \cdot 69481769843 \\
C_5 &= 252255222555222255552222255555 \\
&= 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 24733 \cdot 2956271209036829343 7943 \\
C_6 &= 252255222555222255552222255555222222555555 \\
&= 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 36137 \cdot 448554881 \cdot 624075377, \\
C_7 &= 25225522255522225555222225555522222255555522222225555555 \\
&= 5 \cdot 23 \cdot 12739 \cdot 48458908123 \\
&\quad \cdot 35533121757941125519551863453797564608 1.
\end{aligned}
$$

Suma cyfr potęg liczby 25. Oto wykres funkcji $n \mapsto$ suma cyfr liczby 25^n. Zastanawiające są zygzaki wykresu, jak i to, że ogólny kierunek jest utrzymany. Jaki to kierunek?



Wykres funkcji „suma cyfr potęg liczby 25”, dla wykładników mniejszych od 100

Gdy zbliżało się dwudzieste szóste Seminarium Edukacji Matematycznej, organizatorzy zaprosili mnie pod warunkiem, że *nie* powiem o cudownych własnościach liczby 26.

* * *

Zostawię zatem opowieści o innych liczbach i ich znaczeniu w kulturze. Dlaczego trzynastka jest feralna, skąd Mickiewiczowi przyszło do głowy 44, dlaczego liczba 666 jest wyklęta, a 1001 kojarzy nam się z baśniami. To jest temat na całą książkę, daleką od matematyki. Wspomnę tylko o „motywie 40”, znanym na przykład z wiersza *Ojciec zadżumionych* Juliusza Słowackiego, ale i także z wielu refleksji na temat wieku 40 lat, w którym definitywnie (i czy nam się to podoba, czy nie) przestajemy być młodzi. Nie tylko przypominał nam o tym serial *Czterdziestolatek*, ale i liczne utwory poetyckie z najwyższej półki.

> When forty winters shall besiege thy brow
> And dig deep frenches in thy beauty's field (...)
> William Shakespeare, *Komedia pomyłek*

> Kiedy czterdzieści zim oblęże twoje czoło
> Rowy głębokie brużdżąc w polu twej urody (...)
> Przekł. Marian Hemar

Numerologia (a dokładniej poważne jej traktowanie) jest dzisiaj słusznie wyśmiewana. Nie zawsze tak było. Z Ewangelii wiemy, że Piotr złowił 153 ryby (Jan 21:11). Jakie jest znaczenie tej liczby? Powstała ona z dodania do siebie liczb $1, 2, 3, \ldots, 16, 17$. Co to jest 17? To $10 + 7$ (10 przykazań + Duch Święty). A zatem 153 to wierni, którzy wypełniają przepisy prawa z miłości. Również $153 = 3 \cdot 50 + 3$. Mamy zatem Trójcę Świętą oraz $50 = 40 + 10$. Cztery to liczba rzeczy doczesnych, dziesiątka to liczba mądrości, zatem 40 to Kościół doczesny ([16]).

Opowieść o liczbach skończmy na 100. Krótkie słowiańskie sto jest ważne dla językoznawców. Odróżnia bowiem dwie grupy języków indoeuropejskich, do których należą wszystkie języki używane dziś na naszym kontynencie z wyjątkiem fińskiego, węgierskiego, baskijskiego i mało znanego bretońskiego. W językach, które ukształtowały się w pierwszej fali wędrówek ludów, prasłowo oznaczające 100 rozwinęło się do *hekatón* (greckie) i *centum* (łacińskie), skąd pochodzi zarówno francuskie *cent*, jak i niemieckie *hundert*. Dlatego języki te określamy mianem kentumowych. Nasz język należy zaś do grupy języków centralnych, czyli satemowych, bo po palatalizacji (zmiękczeniu) prasłowo przyjęło powszechną w całej Słowiańszczyźnie formę *sto*.

* * *

Zakończmy artykuł na poważnie. Omówię temat z pozoru szokujący, i to zarówno dla wierzących, jak i niewierzących.

Bóg jako informatyk. Bułat Okudżawa śpiewał, że *у каждой эпохи свои подрастают леса*. Można to różnie tłumaczyć, na przykład, że *w każ-*

([16]) Ernst Robert Curtis, *Literatura europejska i łacińskie średniowiecze*, Universitas, 1995.

dych czasach wzrastamy we własnych lasach. Zgodnie z poglądem Jacoba Bronowskiego wyobrażenia ludzi o budowie Wszechświata w każdej epoce nawiązują do aktualnych osiągnięć techniki. W średniowieczu wyobrażano sobie, że ciała kosmiczne poruszają się mniej więcej tak, jak kółka w ogromnym zegarze: wszystko jest połączone ze sobą przemyślnym układem trybów. Gdy upowszechnił się druk, mówiono o Księdze, w której wszystko jest zapisane. W XXI wieku „należy" wyobrażać sobie świat jako jeden wielki komputer. To nie żarty. W 2002 roku ukazał się w prestiżowym czasopiśmie Physical Review Letters artykuł Setha Lloyda *Computational capacity of the universe* ([17]). Tezą autora jest właśnie to: wszyscy żyjemy w wielkim, ogromnym komputerze, którego jesteśmy częścią. Wszechświat rejestruje i przetwarza informacje. Jest w stanie symulować swój własny rozwój, obliczać własną przyszłość i tak właśnie potem ewoluuje.

Idea nie jest wcale taka nowa. Za prekursora tych koncepcji można równie dobrze uznać Leopolda Kroneckera z jego znanym powiedzeniem *Bóg stworzył liczby naturalne, wszystko inne jest dziełem człowieka*, ale można odnieść wszystko zarówno do Leibniza, jak i do samego początku refleksji człowieka nad światem i własnym myśleniem: do Pitagorasa, do jego słynnego zdania: liczby rządzą światem. *Déjà vu.* Wszystko już było. W pierwszej polskim podręczniku matematyki ks. Tomasza Kłosa (1538) natrafiamy na zdanie: *Liczba ostrzy rozum człowieka.*

Bardziej współcześnie, idea cyfrowości przyrody wyszła od Zusego (1969). Konrad Zuse był szefem zespołu niemieckich naukowców, którzy w 1937 roku skonstruowali pierwszy na świecie komputer — całkowicie zresztą mechaniczny. Można oczywiście dyskutować, czy owo urządzenie można było tak nazywać. Dalsze prace przerwała wojna, w czasie której laboratorium Zusego zostało zniszczone, a po wojnie Amerykanie do konstrukcji ENIAC-a (1946) użyli już lamp elektronowych, zaś wkład Zusego został zapomniany. Stephen Wolfram (znany bardziej jako twórca programu *Mathematica*) „dowodzi", że procesy, które występują w przyrodzie, są procesami obliczeniowymi. Posługuje się nawet terminem *digital philosophy.* Pojawiają się oczywiście różne problemy, na przykład dyskretyzacja czasu. Od Newtona uważamy czas za zmienną ciągłą. W każdym języku czas *płynie*, nić Ariadny *rozwija się*, godziny *biegną* — a nie skaczą. Ciągłość czasu możemy pojąć — dyskretności (skokowości) raczej nie.

> Naukowcy zaczynają traktować prawa przyrody jak programy komputerowe, a obiekty fizyczne jako komputery. Elektrony, kamienie i gwiazdy nie używają Windowsów, ale i one przetwarzają informacje. Wszechświat jest komputerem zbudowanym z dwóch rodzajów składników. Materia ma dużą dynamikę i działa jak szybki komputer równoległy. Energia jest prawie statyczna i działa jak powolny komputer jednoprocesorowy. Działając wspólnie, oba składniki przeprowadziły

([17]) Tekst dostępny na stronie arXiv.org/abs/hep-th/0310281.

od początku istnienia Wszechświata największą liczbę operacji dozwoloną przez prawa fizyki, tj. około 10^{123}. Tyle najwięcej bitów zmieści się we Wszechświecie. Ponadto Wszechświat nasz jest jakby dwuwymiarowy: największa możliwa liczba informacji, jaką może przechowywać obszar przestrzeni, jest proporcjonalna nie do jego objętości, lecz do jego powierzchni. Istnieniu obiektów fizycznych nieodłącznie towarzyszy przetwarzanie informacji. John Wheeler, fizyk z Princeton University mówi: „Byt z bitu" (It from bit). Computo, ergo sum. Obliczam, więc jestem!

Wg: Set Lloyd i Jack Ng, *Wszechświat jako komputer.*
Świat Nauki, grudzień 2004.

Skoro jednak Wszechświat jest komputerem, to powstają naturalne pytania: jak wielką ma pamięć operacyjną, a jaką RAM. Richard Feynman, twórca idei komputerów kwantowych, podjął próbę oszacowania, w jakim tempie tyka zegar komputera, który jest Wszechświatem. Według Feynmana jest to częstotliwość rzędu $2 \cdot 10^{45}$ herców. Ponadto RAM takiego komputera to 10^{90} bajtów bez uwzględnienia grawitacji, a 10^{120} po jej uwzględnieniu. Ale Wszechświat to i my wszyscy. Posiadamy dusze. Na pytanie, co to jest dusza, Feynman odpowiada prosto: to cały zestaw informacji pozwalających na odtworzenie osobnika. Skoro jednak tak, to może by te informacje zapisać na jakimś twardym dysku i potem implementować na komputerach przyszłości?

Władysław M. Turski celnie, zabawnie i efektownie porównał komputer do Wszechświata. Większość ludzi nie wie, jak ani jeden, ani drugi jest zbudowany, mimo że godzinami się w niego wpatruje. Tu i tam informacja ginie, jak w dziurach. Jeden i drugi ewoluuje szybko.

De computer is niet de steen, maar de slijpsteen der wijzen.
Komputer nie jest kamieniem filozoficznym, ale osełką.
(Hugo Battus, 1983)

Marek Kordos w swoich „Wykładach o historii matematyki" wypowiada dość drastyczny pogląd, że poglądy szkoły pitagorejskiej były mieszaniną nauki, religii, mistyki i zwykłego naciągania. Naginanie rzeczywistości do własnych, *wydumanych* poglądów zarzucał pitagorejczykom już Arystoteles. Pozostawiamy Czytelników swobodę w wyrobieniu sobie opinii na temat poglądu *Wszechświat jako komputer* ([18]). Również na temat problemu, czy komputer będący Wszechświatem można sformatować? Pogląd, że BigBang, Wielki Wybuch, był po prostu wczytaniem systemu operacyjnego (przez Pana Boga, oczywiście) po uprzednim sformatowaniu Wszechświata (może wkradł się Panu Bogu jakiś wirus?), wydaje mi się równie naciągany, jak najbardziej fantastyczna symbolika pitagorejczyków. Ale to jest dalekie od matematyki. Przeczytajmy Leszka Kołakowskiego:

([18]) Inne poglądy na Wszechświat: Wszechświat jako czarna dziura, Wszechświat jako fraktal i jako chaos.

Jakkolwiek by być miało, Bóg wielokrotnie przedstawiany bywał jako największy matematyk — i żaden z filozofów nowożytności sprawy tej nie podkreśla z takim uderzającym naciskiem, jak Leibniz. Ale również w jego pojęciu Bóg nie może być jedynie doskonałym rachmistrzem — w przeciwnym razie byłby On raczej przywodził na myśl gigantyczną maszynę do liczenia, aniżeli miłującego Stwórcę chrześcijańskiej tradycji; by Bogiem być, musi być także miłością i dobrem.

* * *

Wiem: w planetarnym lunaparku
Jak piłką rzucasz wiecznościami,
Lecz najpierw sprawdzisz każdy kamyk,
Każde kółeczko w swym zegarku,
Tak dwujedyny, Faust z Einsteinem,
Widzenie do probówki bierze,
Pod światło patrzy w gusła tajne,
A liczby stawia na papierze.
Tak mgiełki srebrne i błękitne,
Tak nawałnice snów i buntu
Mierz cyrklem, wagą, logarytmem
I dyscypliną kontrapunktu.

Julian Tuwim, *Kwiaty Polskie*, rozdział 2, cz. 1

(*wpłynęło 3 lipca 2006 r.*)