MATEMATYKA STOSOWANA 6, 2005

Marek Kubale (red.), *Optymalizacja dyskretna: Modele i metody kolorowania grafów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002, XVI + 268 s., ISBN 83-204-2747-9.

Kolorowanie grafów jest jednym z najstarszych i najbardziej znanych problemów teoriografowych. Zadziwiająco wiele zagadnień wynikających z praktycznych implementacji daje się sprowadzić do szeroko pojętego kolorowania grafów. Na przeszkodzie do rozwiązania wielu znanych zagadnień technicznych i ekonomicznych staje jednak duża złożoność problemu kolorowania grafów. Najprostsze zadanie znalezienia liczby chromatycznej jest problemem NP-trudnym, tzn. nie są znane efektywne algorytmy pozwalające rozwiązać ten problem w czasie wielomianowym.

Recenzowana książka, pionierska w swojej formie i treści na polskim rynku wydawniczym, jest wspólnym dziełem trzynastu autorów z trzech ośrodków akademickich w kraju, w których prowadzi się badania nad chromatyczną teorią grafów w ujęciu algorytmicznym. Są to: Politechnika Gdańska, Uniwersytet Gdański i Uniwersytet Zielonogórski. Jest ona poświęcona istotnej klasie problemów rozważanych w optymalizacji dyskretnej, które dają się modelować za pomocą kolorowania grafów.

W książce omówiono szczegółowo dziewięć najbardziej użytecznych i interesujących modeli nieklasycznych kolorowania grafów. Większość prezentowanych modeli dotyczy kolorowania zarówno wierzchołków, jak i krawędzi. Autorzy uwzględniają przy tym najważniejsze kierunki badań i najnowsze, interesujące wyniki, związane z tą tematyką. Wybór modeli nie jest przypadkowy. Został on dokonany ze względu na zakres praktycznych zastosowań, które sięgają takich dziedzin, jak: szeregowanie zadań, telekomunikacja światłowodowa, technologia cienkowarstwowa, telefonia komórkowa, radionawigacja lotnicza i organizacja produkcji.

Autorzy położyli szczególny nacisk na konstrukcję wielomianowych algorytmów kolorowania, dokładnych bądź przybliżonych. Takie algorytmiczne ujęcie problematyki kolorowania grafów jest nowością w polskiej literaturze naukowej. Poszczególne rozdziały, których zawartość merytoryczną opisano poniżej, są w dużym stopniu autonomiczne i mogą być czytane niezależnie od pozostałych. Jest to istotna zaleta tej książki.

Rozdział 1: *Klasyczne kolorowanie grafów* (Krzysztof Manuszewski). Przedstawia klasyczne metody kolorowania krawędzi i wierzchołków grafu. Omawia złożoność obliczeniową problemów i podaje najczęściej spotykane metody przybliżone.

Rozdział 2: *Metaheurystyki w kolorowaniu grafów* (Dariusz Szyfelbein). Przedmiotem rozważań jest wierzchołkowe kolorowanie grafów. Opisano zastosowania metaheurystyk w takim kolorowaniu, w tym algorytmy genetyczne, przeszukiwanie tabu, symulowane wyżarzanie oraz algorytmy mrówkowe.

Rozdział 3: *Kolorowanie w trybie on-line* (Piotr Borowiecki). Zdefiniowano problem kolorowania w trybie on-line. Podano opisy najważniejszych znanych algorytmów, zwracając szczególną uwagę na ich efektywność. Rozdział zawiera też przegląd zastosowań omawianego modelu kolorowania w rozwiązywaniu problemów związanych z zarządzaniem zasobami.

Rozdział 4: *Sprawiedliwe kolorowanie grafów* (Hanna Furmańczyk). Kolorowanie sprawiedliwe jest kolorowaniem klasycznym z dodatkowym ograniczeniem: krotności użycia kolorów różnią się co najwyżej o jeden. Ponieważ wielomianowe rozwiązanie tego problemu nie jest znane, w praktyce poszukuje się uproszczonych struktur grafów, dopuszczających konstrukcję wielomianowych algorytmów dokładnych, bądź stosuje się uniwersalne algorytmy przybliżone. W rozdziale tym przedstawiono dwa takie algorytmy wielomianowe. Podano również najważniejsze wyniki teoretyczne, dotyczące takiego kolorowania grafów.

Rozdział 5: *Sumacyjne kolorowanie grafów* (Michał Małafiejski). Zaprezentowano koncepcję sumy chromatycznej, jej własności oraz wyniki z nią związane. Dokonano analizy złożoności problemu sumacyjnego kolorowania dla wybranych klas grafów, w szczególności rozróżniono klasy grafów, dla których problem sumacyjnego kolorowania można rozwiązać w czasie wielomianowym, oraz przypadki NP-trudne. Zamieszczono także możliwe uogólnienia oraz wybrane zastosowania, takie jak szeregowanie zadań, alokacja zasobów oraz projektowanie ścieżek w układach scalonych.

Rozdział 6: *Kontrastowe kolorowanie grafów* (Robert Janczewski). Rozdział poświęcono zagadnieniu, które różni się od klasycznego kolorowania wierzchołków dwoma szczegółami: warunkiem nakładanym na sąsiadujące wierzchołki — otrzymują one kolory, których odległość nie należy do pewnego ustalonego zbioru — oraz kryterium minimalizacji: minimalizujemy bądź liczbę kolorów, bądź rozpiętość lub rozpiętość krawędziową.

Rozdział 7: *Harmoniczne kolorowanie grafów* (Marek Kubale). Kolorowanie harmoniczne należy do tych modeli kolorowania wierzchołków, które mają realne zastosowania praktyczne, takie jak radionawigacja lotnicza, kompresja obrazów czy aktywizacja danych. W rozdziale tym podano rodziny grafów, dla których optymalne pokolorowanie można otrzymać w czasie wielomianowym. Zaprezentowano dolne i górne oszacowania wartości harmonicznej liczby chromatycznej dla tych rodzin, dla których nie potrafimy podać algorytmów wielomianowych. Podano też algorytm przybliżonego kolorowania harmonicznego grafów ogólnych i przykłady praktycznych zastosowań takiego kolorowania.

Rozdział 8: *Cyrkularne kolorowanie grafów* (Adam Nadolski). Opisano modyfikację klasycznego kolorowania grafów zwaną kolorowaniem cyrkularnym (gwiazdowym). Model kolorowania cyrkularnego występuje zarówno w wersji wierzchołkowej, jak i krawędziowej, a także w wersji dla grafów obciążonych. Przedstawiono główne zastosowanie cyrkularnego kolorowania wierzchołków, jakim jest sterowanie ruchem ciągłym na skrzyżowaniach, oraz cyrkularnego kolorowania krawędzi w szeregowaniu zadań niepodzielnych w cyklicznym systemie otwartym.

Rozdział 9: *Zwarte kolorowanie krawędzi* (Krzysztof Giaro). Omówiono kolorowanie krawędzi grafów stanowiące szczególny model kolorowania za pomocą liczb naturalnych (zwanych kolorami), w którym poza standardową zasadą legalności wymagany jest dodatkowo warunek zwartości mówiący, iż kolory krawędzi spotykających się przy jednym wierzchołku muszą tworzyć przedział zwarty, złożony z kolejnych liczb naturalnych.

Rozdział 10: *Kolorowanie ścieżek w grafach* (Jakub Białogrodzki). W problemie kolorowania ścieżek mamy zadany graf i zbiór zgłoszeń, tj. par wierzchołków. Należy przyporządkować każdemu zgłoszeniu ścieżkę, łączącą odpowiednie wierzchołki, a następnie tak przyporządkować ścieżkom kolory, aby żadne dwie ścieżki posiadające wspólną krawędź nie otrzymały tego samego koloru. W rozdziale tym omówiono wyniki takiego kolorowania dla grafów ogólnych i dla klasycznych rodzin grafów. Przedstawiono też zastosowania praktyczne problemu, zwłaszcza te związane z sieciami optycznymi.

Rozdział 11: *Listowe kolorowanie grafów* (Konrad Piwakowski). Omówiono kolorowanie listowe polegające na tym, że każdy wierzchołek (krawędź) otrzymuje kolor utożsamiany z liczbą naturalną przy założeniu, że zbiór dopuszczalnych kolorów jest ograniczony przez zadany podzbiór. Przedstawiono też wyniki charakteryzujące klasy grafów o jednakowej listowej i zwykłej liczbie chromatycznej.

Rozdział 12: *Ramseyowskie pokolorowania grafów pełnych* (Tomasz Dzido). Zaprezentowano klasyczne wyniki związane z twierdzeniem Ramseya oraz grafowymi liczbami Ramseya, które można zdefiniować w kontekście kolorowania krawędzi grafu pełnego.

Rozdział 13: *Planowanie rozmieszczenia strażników w galeriach sztuki metodą kolorowania grafów* (Paweł Żyliński). Zaprezentowano podejście chromatyczne do wyznaczania liczby strażników w galeriach dowolnego kształtu bez „dziur" oraz w galeriach ortogonalnych z „dziurami" i bez „dziur".

Wszystkie rozdziały książki zostały zredagowane bardzo starannie. Mając na uwadze wyjątkowość tego opracowania, polecam je środowiskom akademickim, a przede wszystkim studentom i doktorantom matematyki i informatyki oraz osobom korzystającym z metod optymalizacji dyskretnej przy rozwiązywaniu zarówno problemów teoretycznych, jak i praktycznych.

Zbigniew Palka