DZIAŁ NAUKOWY

MATEMATYKA STOSOWANA TOM 11/52 2010

Przemysław Scherwentke, Piotr Stawski,
Krzysztof J. Szajowski (Wrocław)

Teoria identyfikacji systemów elektroenergetycznych w pracach Stanisława Trybuły

Streszczenie. W pewnym okresie Trybuła zajmował się zagadnieniami związanymi z opisem systemów energetycznych na podstawie ogólnie dostępnych danych. W pracy przedstawiamy niektóre z jego klasycznych wyników, odsyłając do odpowiedniej literatury dotyczącej przypadków bardziej zaawansowanych. Przedstawiono statystyczną metodę określania funkcji przenoszenia połączonych systemów mocy na podstawie pomiarów przesyłanej mocy i częstotliwości w warunkach normalnej pracy.
Słowa kluczowe: funkcja przejścia, funkcja korelacji, transformata Fouriera, gęstość spektralna.

1. Wstęp. Jednym z zainteresowań Profesora Trybuły było opisanie systemu energetycznego jako całości, bez odwoływania się do charakterystyk elementów składowych: generatorów, linii przesyłowych i urządzeń odbiorczych. Pierwszą pracą na ten temat była [1], ostatnią – [9]. Jeszcze około roku 2005 profesor zastanawiał się nad powrotem do tej tematyki, uważając ją za jedno z ważniejszych swoich osiągnięć. Najważniejsze rezultaty są zawarte w pracach [2] i [8]. Przedstawiona jest w nich statystyczna metoda określania funkcji przenoszenia połączonych systemów elektroenergetycznych na podstawie pomiarów bilansu mocy w systemie (różnica mocy wytwarzanej i odbieranej), bilansu mocy na liniach wymiany zagranicznej i częstotliwości w warunkach normalnej pracy systemu. Moc na liniach wymiany powinna być utrzymywana na zadanych poziomach. W tym celu stosuje się nadrzędny, nieliniowy system regulacji, zwany systemem wtórnej automatycznej regulacji mocy i częstotliwości (ARCM). Centralny system regulacji wtórnej uzupełnia regulację pierwotną jednostek wytwórczych, umożliwiający zmiany generacji mocy jednostek w przypadku zmian częstotliwości w systemie. Funkcje przejścia wyznaczono dla systemów elektroenergetycznych z wtórną regulacją mocy i częstotliwości. Przedyskutowane jest zagadnienie istnienia i jednoznaczności rozwiązań równań określających charakterystyki systemów pierwotnego i wtórnego sterowania. Rozważane są też inne problemy, takie jak: zagadnienie identyfikacji charakterystyk układów sterowania przy założeniu, że sterowanie wtórne jest liniowe, zagadnienie określania zależności między zapotrzebowaniem na moc a procesami wymiany. Ukoronowaniem tych prac jest próba wyznaczenia optymalnego sterowania połączonymi systemami elektroenergetycznymi [9]. Ważnym wynikiem tych prac była metoda szybkiego, tj. możliwa do zastosowań on-line, wyznaczania tzw. współczynnika energii regulującej systemu (parametr K systemu). Jest to podstawowy parametr zadawany w nastawach centralnego regulatora mocy i częstotliwości systemu elektroenergetycznego i stąd jego kapitalne znaczenie dla jakości (kosztów) regulacji systemowej. Do zastosowania praktycznego w regulatorze centralnym ARCM nie doszło z uwagi na zmianę procedur ustalania nastaw regulatora centralnego po przyłączeniu krajowego systemu elektroenergetycznego do zachodniego systemu elektroenergetycznego (UCTE).

Przy okazji prac nad tym zagadnieniem powstały dwa doktoraty: Adama Wojnara (1971), „Krótkoterminowa prognoza zapotrzebowania mocy w systemach elektroenergetycznych" i Mieczysława Koszelnika (1972) „Stochastyczna metoda określania transmitancji połączonych systemów elektroenergetycznych".

2. Założenia i podstawowe równanie. Niech $z_r(t)$, $r = 1, 2, \ldots, n$ oznaczają zapotrzebowania mocy (nie są mierzone), $p_{rm}(t)$ ($r \neq m$ r, $m = 1, 2, \ldots, n$) — moce przesyłane pomiędzy systemami, a $f(t)$ — proces częstotliwości. Chcemy wyznaczyć funkcje przejścia każdego podsystemu.

$$f(t) = -\int_0^\infty \omega_r(\tau)[p_r(t-\tau) + z_r(t-\tau)]\,d\tau \qquad r = 1,\ 2,\ \ldots,\ m.$$

Zakładając brak skorelowania procesów z_r i ich stacjonarność, otrzymujemy równania na funkcje korelacyjne i ich transformaty.

$$\begin{aligned} R_f(s) + \int_0^\infty \omega_m(\tau) R_{p_m}(\tau - s) + \int_0^\infty \omega_r(\tau) R_{p_r f}(\tau + s)\,d\tau + \\ + \int_0^\infty \int_0^\infty \omega_r(\tau)\omega_m(\eta) R_{p_r p_m}(s + \tau - \eta)\,d\tau d\eta = 0, \\ r \neq m,\ r,\ m = 1,\ 2,\ \ldots,\ m \end{aligned}$$

oraz

$$R_f(s) + \int_0^\infty \omega(\tau) R_{p_r f}(\tau - s) + \int_0^\infty \omega_r(\tau) R_{p_r f}(\tau + s)\,d\tau +$$

$$+ \int_0^\infty \int_0^\infty \omega_r(\tau)\omega_r(\eta)R_{p_r}(s+\tau-\eta)\,d\tau d\eta =$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \omega_r(\tau)\omega_r(\eta)R_{z_r}(s+\tau-\eta)\,d\tau d\eta, \qquad r = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

Transformaty Fouriera funkcji korelacji spełniają równanie:

$$(1)\quad S_f(\omega) + S_{p_m f}(\omega)\alpha_m(\omega) + S_{p_r f}(\omega)\alpha_r(\omega) + S_{p_r pm}(\omega)\alpha_m(\omega)\alpha_r(\omega) = 0, \quad r \neq m,\ r,\ m = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

oraz

$$(2)\quad S_f(\omega) + S_{p_r f}(\omega)\alpha_r(\omega) + S_{p_r f}(\omega)\alpha_r(\omega) + S_{p_r}(\omega)\alpha_r(\omega)\alpha_r(\omega) = = S_{z_r}(\omega)\alpha_r(\omega)\alpha_r(\omega), \qquad r = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

Ponieważ $\sum_{r=1}^{n} p_r(t) = 0$, to

$$(3)\qquad \sum_{r=1}^{n} R_{p_r f}(s) = 0 \text{ i } \sum_{r=1}^{n} S_{p_r f}(\omega) = 0,$$

$$(4)\qquad \sum_{r=1}^{n} R_{p_r p_m}(s) = 0 \text{ i } \sum_{r=1}^{n} S_{p_r pm}(\omega) = 0, \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Celem jest wyznaczenie $\alpha_r(\omega)$ i $S_{z_r}(\omega)$.

Oznaczmy

$$\beta_r = \frac{1}{\alpha_r} \qquad \beta = \sum_{r=1}^{n} \beta_r.$$

Dzieląc (1) i (2) przez $\alpha_r\alpha_m$, otrzymujemy:

$$(5)\ S_f\beta_m\beta_r + S_{p_r f}\beta_m + S_{p_m f}\beta_r + S_{p_r pm} = 0 \quad r \neq m,\ r,\ m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$$

oraz

$$(6)\ S_f\beta_r\beta_r + S_{p_r f}\beta_r + S_{p_r f}\beta_r + S_{p_r} = S_{z_r} \quad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Korzystając z (5), (3) i (4), otrzymujemy zbiór równań, którego rozwiązanie zostanie podane dalej.

$$(7)\qquad \beta\left(\beta_m + \frac{S_{p_m f}}{S_f}\right) = \frac{S_{z_m}}{S_f} \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Równania (7) mogą zostać zapisane w postaci:

$$(8)\quad \left(\beta_m + \frac{S_{p_m f}}{S_f}\right)^2 + \frac{S_f S_{p_m} - S_{p_m f} S_{p_m f}}{S_f^2} = \frac{S_{z_m}}{S_f}, \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$$

Odejmując (7) od (8), otrzymujemy:

$$(9)\qquad \beta\left(\beta_m + \frac{S_{p_m f}}{S_f}\right) = \frac{S_{z_m}}{S_f} \quad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

3. Wyznaczenie niektórych charakterystyk systemu. Oznaczmy

$$b_m = \frac{1}{\beta}\left(\beta_m + \frac{S_{p_m f}}{S_f}\right). \tag{10}$$

Sumując wyrażenia z (10) i uwzględniając, że $\sum_{m=1}^{n} S_{p_m f} = 0$, otrzymujemy

$$\sum_{m=1}^{n} b_m = 1. \tag{11}$$

Oznaczmy

$$h_m = \frac{S_f S_{p_m} - S_{p_m f} S_{p_m f}}{S_f^2}. \tag{12}$$

Dalsza analiza jest przeprowadzona w terminach funkcji b_m i h_m.

Stosując (10) i (12), możemy przepisać (7) w postaci

$$|\beta|^2 b_m(1-b_m) - h_m = 0 \quad m = 1,\ 2,\ \ldots, n. \tag{13}$$

Rozwiązaniem (13) jest

$$b_m = \frac{1}{2}\left(1 + \delta_m \sqrt{1 + \frac{4h_m}{|\beta|^2}}\right) \quad m = 1,\ 2,\ \ldots, n. \tag{14}$$

Z (14) i (11) otrzymujemy równanie

$$(n-2)|\beta| + \sum_{m=1}^{n} \delta_m \sqrt{|\beta|^2 - 4h_m} = 0, \tag{15}$$

gdzie δ_m może być równe $+1$ lub -1.

Dla istnienia rozwiązania (13) dla każdego ω potrzeba i wystarcza, aby

$$2h_M \le \sum_{m=1}^{n} h_m, \qquad h_M = \max_m h_m. \tag{16}$$

Niech $w(t)$ będzie funkcją wagową dla całego systemu. Jej transformata

$$\alpha(\omega) = \int_0^\infty \omega(\tau) e^{-i\omega t}\, dt \tag{17}$$

na osi rzeczywistej jest postaci

$$\alpha(u) = |\alpha(u)| e^{iq(u)}, \tag{18}$$

gdzie

$$q(u) = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{u \ln|\alpha(x)|}{u^2 - x^2}\, dx. \tag{19}$$

Z postaci b_m można otrzymać transformaty funkcji odpowiedzi dla poszczególnych systemów

$$\alpha_m = \frac{1}{\dfrac{b_m}{\alpha} - \dfrac{S_{p_m f}}{S_f}} \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \tag{20}$$

Funkcje wagowe $\omega(\tau)$ i $\omega_m(\tau)$ są otrzymywane z transformat Fouriera

$$\omega_m(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha_m(\omega) e^{i\omega t}\, d\omega, \tag{21}$$

a funkcja odpowiedzi

$$W_m(t) = \int\limits_{0}^{t} \omega_m(\tau)\, d\tau. \tag{22}$$

4. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań. Równania (13) i (15) można przepisać w postaci

$$Q_m(Q - Q_m) = \frac{\kappa_m^2}{4}, \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n, \tag{23}$$

oraz

$$(n-2)Q + \sum_{m=1}^{n} \delta_m \sqrt{Q^2 - \kappa_m^2} = 0, \tag{24}$$

gdzie

$$Q_m = b_m |\beta|, \quad Q = \sum_{m=1}^{n} Q_m, \tag{25}$$

$$\kappa_m^2 = 4h_m \geq 0, \quad \delta_m = -1 \text{ lub } \delta_m = +1, \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \tag{26}$$

TWIERDZENIE 4.1. *Niech, dla danego ω, $\kappa_M^2 = \max_m \kappa_m^2$. Wtedy*

$$2\kappa_M^2 \leq \sum_{m=1}^{n} \kappa_m^2.$$

TWIERDZENIE 4.2. *Jeżeli*

$$(n-2)\kappa_M \geq \sum_{m=1}^{n} \sqrt{\kappa_M^2 - \kappa_m^2} > 0,$$

to jedyne rozwiązanie równań (23), *które spełnia warunek $Q > 0$ jest dane wzorem*

$$Q_m = \frac{1}{2}\left(Q - \sqrt{Q^2 - \kappa_m^2}\right), \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

gdzie Q jest jedynym pierwiastkiem równania

$$(n-2)Q - \sum_{m=1}^{n} \sqrt{Q^2 - \kappa_m^2} = 0.$$

Twierdzenie 4.3. *Jeżeli*

$$(n-2)\kappa_M < \sum_{m=1}^{n} \sqrt{\kappa_M^2 - \kappa_m^2} > 0,$$

to jedyne rozwiązanie równań (23), *które spełnia warunek $Q > 0$ jest dane wzorami*

$$Q_M = \frac{1}{2}\left(Q + \sqrt{Q^2 - \kappa_M^2}\right),$$

$$Q_m = \frac{1}{2}\left(Q - \sqrt{Q^2 - \kappa_m^2}\right), \qquad m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,\ m \neq M$$

gdzie $Q > 0$ jest jedynym pierwiastkiem równania

$$(n-2)Q + \sqrt{Q^2 - \kappa_M^2} - \sum_{m=1}^{n} \sqrt{Q^2 - \kappa_m^2} = 0.$$

5. Uwagi końcowe. W pracy przedstawiono niektóre wyniki dotyczące modelu liniowego. Analiza przypadku nieliniowego jest znacznie bardziej skomplikowana. Ciekawe wyniki można znaleźć w pracy [8]. Pełna list publikacji Trybuły jest zawarta w [6].

Literatura

[1] A. Królikowski, J. Malko, S. Trybuła, *Metody analizy i prognozowania zmienności obciążeń*, Materiały i studia, PAN, Komitet Elektryfikacji Polski, Tom 10, Łódź–Warszawa 1962, PWN, 91–131.

[2] M. Koszelnik, J. Malkiewicz, S. Trybuła, *A method of determne the transfer functions of power systems*, Fourth Congress of the International Federation of Automatic Control, Warszaw, Vol. 33 (1969), 18–32.

[3] S. Trybuła, J. Malkiewicz, *On the static response coefficients of connected linear systems with common output*, l'Energia Elettrica, no. 9 (1970), 561–567.

[4] S. Trybuła, M. Koszelnik, *Estimation of correlation function of the process with variable mean function*, Richerche di Automatica, Vol. 2 (1971), 52–63.

[5] S. Trybuła, J. Malkiewicz, *Parameter estimation of controlled power systems*, IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Hague 1973, 8–14.

[6] K. J. Szajowski, *Stanisław Czesław Trybuła (1932–2008)*, Wiadom. Mat. 45 (2009), no. 1, 119–131.

[7] S. Trybuła, J. Malkiewicz, *Optimal control of interconnected power systems*, Bulletin EGU, 81 (1976), 25–27.

[8] S. Trybuła, *Identification of Electric Power Systems*, Systems Science 10 (4) 1984, 5–36.

[9] S. Trybuła, G. Bałuka, M. Koszelnik, *Optimal control of interconnected power systems*, Proceedings of International Symposium on Modern Electric Power Systems, Inst. Electrical Power Eng., TU Wrocław, 1996, 445–452.

Przemysław Scherwentke
Instytut Matematyki i Informatyki,
Politechnika Wrocławska,
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław,
e-mail: Przemyslaw.Scherwentke@pwr.wroc.pl

Piotr Stawski
Instytut Automatyki Systemów Energetycznych
ul. Wystawowa 1, 51-618 Wrocław
e-mail: stawski@iase.wroc.pl

Krzysztof J. Szajowski
Instytut Matematyki i Informatyki,
Politechnika Wrocławska,
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
e-mail: Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl

Trybuła's Works on Identification of Power Systems

Abstract. The research of Trybuła at the beginning of his scientific road was closely related to the mathematical modeling of interconnected power systems. Some of the important result from these subject is presented in the paper. The statistical method is presented to determine the transfer functions of such systems. The methods is based on power exchanges and frequency measurement during their normal operations with no artificial disturbances evoked.

Keywords: function of transfer, correlation function, Fourier's transform, spectral density.

(*wpłynęło 5 lipca 2010 r.*)